

На правах рукописи

Щербаков Николай Романович



**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ
МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОГО СОСТОЯНИЯ
СИСТЕМ ПЕРЕДАЧИ ДВИЖЕНИЯ**

05.13.18 – Математическое моделирование, численные
методы и комплексы программ

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
доктора физико-математических наук

Томск – 2009

Работа выполнена на кафедре геометрии и кафедре теоретической механики ГОУ ВПО «Томский государственный университет».

Научный консультант: доктор физико-математических наук, профессор
Бубенчиков Алексей Михайлович

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор
Васенин Игорь Михайлович
доктор физико-математических наук, профессор
Нагорский Петр Михайлович
доктор физико-математических наук, профессор
Чубаров Леонид Борисович

Ведущая организация: Московский институт теплотехники (МИТ)

Защита состоится 12 ноября 2009 г. в 10:30 на заседании диссертационного совета Д 212.267.08 при ГОУ ВПО «Томский государственный университет» по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36, к. 2, ауд. 102.

Отзывы на автореферат (в 2-х экземплярах), заверенные гербовой печатью организации, просим направлять по адресу: 634050, г. Томск, пр. Ленина, 36, учёному секретарю Буровой Н.Ю.

С диссертацией можно ознакомиться в Научной библиотеке ГОУ ВПО «Томский государственный университет» по адресу: г. Томск, пр. Ленина 34а.

Автореферат разослан 22 сентября 2009 г.

Ученый секретарь
диссертационного совета
доктор технических наук, профессор



А.В. Скворцов

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы диссертационного исследования

Областью исследования является разработка новых математических методов моделирования таких технических объектов как передаточные механизмы. В современном машиностроении определяющую роль играют зубчатые системы передачи движения (СПД) – редукторы. Объём их ежегодного производства составляет более 200 млрд. долларов США. На автомобильную промышленность приходится третья часть от этой суммы (коробки переключения передач, главные редукторы). Созданием компактных конструкций передаточных механизмов с высокой удельной мощностью интенсивно занимаются в Японии, Китае, США, Германии.

Доля России в объёме выпуска редукторов ничтожно мала и всё более сокращается под натиском импортной продукции. Инновации в редукторостроении решают отдельные задачи повышения КПД, повышения надежности и т. п., так как они направлены на улучшение отдельных узлов и деталей и почти не касаются основных принципов эвольвентного зубчатого зацепления, основы которого заложены более 200 лет назад Л. Эйлером.

По форме профиля зуба различают передачи эвольвентные, червячные, циклоидальные, цевочные, передачи с зацеплением Новикова, а также передачи с промежуточными телами качения.

Наибольшее распространение получили *эвольвентные* передачи с профилем, предложенным Л. Эйлером в 1754 г. Значительный вклад в теорию зубчатого эвольвентного зацепления внесли: Э. Бакингом (1887–1987), М. Мааг (1883–1960), Д. Браун (1843–1903), Х. Кетов (1887–1948), Н. Колчин (1894–1975) и многие другие. Во многих работах учёных разработаны аналитические методы расчёта пространственных зацеплений эвольвентных зубчатых колёс. Преимуществом этого профиля является простота изготовления, достаточно высокая нагрузочная способность, малая чувствительность к неточностям межцентрового расстояния. Однако эвольвентный профиль удовлетворяет не всем требованиям, предъявляемым к современным передачам. Так, например, в высокомоментных передачах зубья эвольвентного профиля имеют недостаточную контактную прочность. Она повышена в передачах с зацеплением *Вильдгабера-Новикова*, где выпуклые профили зубьев одного из колес, очерченные по дуге окружности, контактируют с вогнутыми профилями другого колеса, и нагрузочная способность передачи повышается в 2-3 раза по сравнению с эвольвентной, а также уменьшаются потери на трение.

Теория зацепления Новикова в настоящее время проработана достаточно глубоко. Основы данной передачи разрабатывал Э. Вильдгабер (1893–1979), изобретя в 1926 году зуборезную рейку с круговым зубом, поэтому за рубежом данное зацепление называют зацеплением Вильдгабера-Новикова. Большой вклад в изучение данного зацепления внесли: М.Л. Ерихов (1937–2002),

Я.С. Давыдов (1914–2003) – автор ряда статей по образованию сопряжённых зацеплений с точечным контактом.

К недостаткам передач Новикова можно отнести:

- более сложную технологию изготовления за счет использования инструмента с профилями криволинейной конфигурации;
- наличие значительных осевых нагрузок на подшипники из-за использования винтовых зубьев с большими углами подъема винтовой линии;
- склонность зубьев винтовых колес к излому у торца при входе в зацепление.

Червячные глобоидные передачи с архимедовой спиралью в поперечном сечении практически не отличаются по своим свойствам от эвольвентных червячных передач, за исключением повышенной несущей способности. Такими же свойствами обладают и спироидные передачи, разработанные О. Саари (1918–2003).

Преимущества:

- благодаря малому числу заходов червяка ($z_1 = \{1, 2, 3, 4\}$) червячная передача позволяет реализовать в одной ступени большие передаточные отношения;
- обладает высокой плавностью, низким уровнем вибраций и шума;
- позволяет обеспечить самоторможение червячного колеса (при малых углах подъема витка передача движения от вала червячного колеса к червяку становится невозможной).

Недостатки:

- высокая скорость скольжения вдоль линии зуба, что ведет к повышенной склонности к заеданию (необходимы специальные смазки и материалы для зубчатого венца червячного колеса), снижению КПД и более высокому тепловыделению.

Разработкой аналитических аспектов данного вида зацепления занимались Ф. Лоренц (1842–1924) и С. Кон (1865–1949). Их продолжатели: Н.И. Колчин, Б.А. Гессен, П.С. Зак, Ф.Л. Литвин.

Оригинальную конструкцию планетарных редукторов с *циклоидально-роликовым* зацеплением предложил Лоренц Брарен в 1926 году (патент Великобритании 271742 «Усовершенствование эпициклической передачи»). Теоретические основы зацепления в России были систематизированы В.М. Шанниковым. Сейчас продолжают исследования О.В. Берестнев, А.А. Новичков.

Преимущества:

- меньший износ профилей за счет использования зацепления выпуклого профиля с вогнутым;
- больший, чем в аналогичной эвольвентной передаче, коэффициент перекрытия;
- возможность получения на шестерне без подрезания меньшего числа зубьев, нежели в эвольвентных зубчатых передачах;
- меньшая скорость скольжения профилей.

Недостаток:

- чувствительность к монтажным погрешностям межосевого расстояния (изменение межосевого расстояния изменяет передаточное отношение).

К разновидностям циклоидальных зацеплений относятся часовое и цевочное зацепление.

Зацепление с помощью *промежуточных тел качения* (так называемые шариковые и роликовые передачи) получило свое развитие начиная с 50-годов прошлого века сразу в нескольких странах. В России в Томском политехническом институте была сформирована научная школа под руководством профессора А.Е. Беляева, заложившая основы теории и практики передач с параллельными и пересекающимися осями с шариковым и роликовым зацеплением. Следующим шагом в развитии шариковых передач стало применение замкнутых пространственных периодических беговых дорожек. В Могилевском машиностроительном институте возникло сразу две научных школы Р.М. Игнатищева и М.Ф. Пашкевича, использующих несколько разные подходы и терминологию. Эксцентриковые шариковые передачи исследованы также В.П. Брюховецким. Разработкой передач с шариковым и роликовым зацеплением за рубежом занимаются фирмы Synkinetics Inc., Compudrive Corporation (США); Axial Wave Drive (Нидерланды); Twinspin (Словакия); исследователи Imase Kenji (Япония), Xu Xiandong (Китай).

В связи с тем, что работы по шариковому зацеплению велись параллельно различными разрозненными коллективами, то общей теории зацепления в настоящее время не разработано. Каждый коллектив использовал не только различные теоретические подходы, но зачастую и различную терминологию.

Основным недостатком зацепления с промежуточными телами качения, ограничивающим его область применения, является невысокий КПД, достигающий 0,8 в лучших образцах, и ограничения по скорости.

В 2007 г. томские конструкторы предложили принципиально новую разработку *эксцентриково-циклоидального (ЭЦ) зацепления*. Большим достоинством новой разработки является возможность получения в одной ступени повышенного передаточного отношения.

До настоящего времени все перечисленные виды зацепления имели теоретическую базу в виде инженерных формул, которые учитывают как геометрию зацепления, так и силовые и кинематические характеристики передачи. Для давно разработанных зацеплений эти формулы являются сугубо эмпирические зависимости, поскольку в них были внесены многочисленные уточнения из практики с целью применения этих зависимостей для оптимизации параметров зацепления. Методы компьютерного моделирования применялись лишь для визуализации предлагаемых конструкций. Лишь в последнее время с появлением современных мощных пакетов прикладных математических программ стало возможным математическое моделирование систем передачи движения в самом широком смысле.

С другой стороны, развитие металлообработки привело к появлению четырех и пятикоординатных станков с ЧПУ, обеспечивающих возможность создания СПД нового поколения с любой наперед заданной формой рабочей поверхности. Таким образом, появилась возможность для конструирования принципиально новых форм, обладающих уникальными свойствами. Однако динамическое взаимодействие новых форм не укладывается в ранее разработанные инженерные теории. Все это привело к необходимости разработки новых универсальных математических моделей, опирающихся на базовые положения теоретической механики, аналитической и дифференциальной геометрии.

Цель диссертационной работы.

Оптимизация силовых характеристик и коэффициента полезного действия (КПД) систем передачи движения нового типа в широком диапазоне физически обоснованных входных параметров на основе оригинальных, специально разработанных средств математического моделирования.

Для достижения указанной цели были поставлены и решены следующие **основные задачи**:

1. Разработан метод моделирования динамического состояния СПД, применимого к СПД с использованием различных видов зацепления.

2. Построены комплексные (охватывающие геометрические и физические аспекты) математические модели новых видов зацепления, в первую очередь – ЭЦ-зацепления.

3. Разработаны алгоритмы расчёта силовых характеристик и оптимизации основных параметров СПД различных видов. Построенная в работе схема оптимизации в зависимости от целей и задач исследования реализовывалась по трём критериям:

- условная оптимизация по КПД, выполняющего роль целевой функции, при ограничениях на контактные напряжения (КН);
- условная оптимизация по КН в заданном диапазоне изменения КПД и некоторых геометрических параметров конструкции;
- условная оптимизация по среднеинтегральному расстоянию от исходной точки до границы области допустимых значений изменения КПД и КН.

4. Создано программное обеспечение для оптимизации параметров СПД различных видов и назначения.

5. Детально верифицирован метод математического моделирования динамического состояния СПД путём проведения модельных и тестовых расчётов и сопоставления их результатов с данными натурных наблюдений.

6. На базе проведенных расчетов выполнены производственные работы и созданы оптимальные образцы разрабатываемых конструкций СПД.

Методы исследования

При выполнении работы использовались методы математического моделирования, аналитической и дифференциальной геометрии, теоретической механики, методики вычислительного эксперимента.

Научная новизна заключается:

1. В разработке нового метода моделирования динамического состояния СПД, заключающегося в применении методов аналитической и дифференциальной геометрии для получения точных и приближенных уравнений кривых и поверхностей, аппроксимирующих профили деталей СПД, отличающегося от известных методов общностью подхода к решению динамических задач и позволяющего отвлечься от особенностей конкретного вида зацепления и рассматривать комбинированные схемы СПД.

2. В найденных аналитически уравнениях движения контактирующих деталей в виде семейств кривых и семейств поверхностей с физическим временем в качестве параметра семейства; полученные уравнения использованы для анализа стационарных и переходных режимов работы СПД.

3. В создании комплексной математической модели ЭЦ-зацепления, позволяющей определять зоны нагружения, силовые характеристики и КПД, а также проводить оптимизацию рассматриваемых систем по разным критериям.

4. Во впервые проведенном теоретическом обосновании синусоидального закона распределения входного момента вращения, а также закона локального равновесия на промежуточных телах качения.

5. В разработке алгоритма определения фрагментов контактирующих деталей СПД, испытывающих силовую нагрузку в данный момент времени, и расчёта усилий в точках контакта.

Теоретическая значимость исследования

Теоретическая значимость исследования состоит в том, что:

1. Разработан метод геометрического построения пространственных фигур, обладающих свойствами инвариантности относительно заданных комбинаций перемещений и вращений. Метод предполагает использование циклоидальных кривых в качестве образующих и построение на их основе семейств кривых (самих поверхностей) с параметрами семейств в виде длин дуг винтовых линий, выполняющих в конструктивном плане роли направляющих моделируемых поверхностей. Метод отличается значительной общностью подхода к решению динамических задач систем передачи движения. Он открывает широкие возможности для компьютерного проектирования редукторов самого различного назначения. Наряду с конструкторским машиностроением метод движения базисных кривых, применяемый для моделирования функциональных поверхностей, может найти применение в бионике, строительстве, архитектуре и других отраслях.

2. Теоретически обоснован синусоидальный закон распределения входного момента вращения, а также закон локального равновесия на промежуточных телах качения. Эти законы адаптируют принцип Даламбера-Лагранжа к применению в сфере машиностроительного проектирования и позволяют производить силовой расчёт любых механических систем, содержащих элементы передачи усилий и движений.

Практическая ценность исследования

Практическая ценность исследования обусловлена

1. Созданием оригинального программного обеспечения, позволяющего конструировать рабочие поверхности СПД различного назначения.
2. Возможностью получения оптимальных характеристик СПД различных видов в широком диапазоне физически обоснованных входных параметров.
3. Разработкой системы эффективной поддержки интерпретации результатов исследований с помощью специального блока визуализации.

Кроме того, полученные результаты могут быть применены и уже применяются при конструировании СПД, использующих различные виды зацепления. Разработанные в рамках этого исследования алгоритмические решения носят общий характер и могут быть полезны при решении и других прикладных задач. Целесообразность практического использования алгоритмов расчёта силовых характеристик подтверждена при помощи тестирования опытных образцов СПД на основе ЭЦ-зацепления, доказавшие их эффективность, а в ряде случаев – превосходство над имеющимися аналогами.

Научные положения, выносимые на защиту:

1. Метод моделирования динамического состояния СПД, заключающийся в применении методов аналитической и дифференциальной геометрии для получения точных и приближенных уравнений кривых и поверхностей, аппроксимирующих профили деталей СПД.
2. Найденные аналитически уравнения движения контактирующих деталей в виде семейств кривых и семейств поверхностей с физическим временем в качестве параметра семейства.
3. Комплексная математическая модель ЭЦ-зацепления, позволяющая определять зоны нагружения, силовые характеристики и КПД, а также проводить оптимизацию рассматриваемых систем по разным критериям.
4. Теоретическое обоснование синусоидального закона распределения входного момента вращения, а также закона локального равновесия на промежуточных телах качения.
5. Алгоритмы определения фрагментов контактирующих деталей СПД, испытывающих силовую нагрузку в данный момент времени, и технология расчёта усилий в точках контакта.
6. Компьютерная программа и алгоритм, дающие возможность определять оптимальные характеристики СПД различных видов в широком диапазоне физически обоснованных входных параметров.

Реализация и апробация результатов исследования

В период с 2003 г. по настоящее время автор диссертации и его научный консультант в составе коллектива ЗАО «Технология маркет» (г. Томск) занимаются исследованиями в области математического моделирования передаточных механизмов. В команде высококвалифицированные конструкторы, техно-

логи и организаторы производства, патентный поверенный РФ. Сотрудники коллектива являются авторами 53 заявок (диссертант – соавтор двух из них) и патентов, в том числе и зарубежных (патенты США, Китая, Белоруссии, а также патенты Европейского патентного ведомства).

Для заказчиков разработано несколько инновационных ЭЦ редукторов, как для гражданской, так и специальной техники. При этом была апробирована методика автора диссертации для математического и компьютерного моделирования динамики механизмов – получено 5 актов апробации методики на различных машиностроительных предприятия Томска и Новосибирска. В результате апробации были успешно спрогнозированы оптимальные значения исходных параметров при конструировании и изготовлении ЭЦ-редукторов.

Найдены новые эффективные решения приводов запорной трубопроводной арматуры, станков-качалок, грузоподъёмных и других механизмов, например, редукторного усилителя руля автомобиля. Инновационное направление уже имеет подготовленную рыночную конфигурацию, характеризуемую наличием специалистов, документации, технологии, ноу-хау, патентов, технологическим опытом изготовления продукции и формирующимся спросом на неё.

Результаты представленных в работе исследований опубликованы в трудах российских и международных научных и научно-практических конференций:

- Международная конференция «Дифференциальные уравнения, теория функций и приложения», посвященная 100-летию со дня рождения академика И.Н. Векуа (Новосибирск, 28 мая – 2 июня 2007 г.)
- Международная конференция «Вычислительные и информационные технологии в науке, технике и образовании» (Алматы, 10–14 сентября 2008 г.)
- Всероссийская конференция по математике и механике, посвященная 130-летию ТГУ и 60-летию ММФ (Томск, 22–25 сентября 2008 г.)
- Международная конференция «Современные проблемы дифференциальной геометрии и общей алгебры», посвященная 100-летию со дня рождения проф. В.В. Вагнера (Саратов 5–7 ноября 2008 г.)
- Научно-техническая конференция «Теория и практика зубчатых передач и редукторостроения» (Ижевск 3–5 декабря 2008 г.)

Публикации

По теме диссертации опубликовано 19 работ, из них 7 статей в научных журналах, рекомендованных ВАК по управлению, вычислительной технике и информатике.

Структура работы

Диссертация состоит из введения, шести глав, заключения и шести приложений. Общий объём 213 стр., 72 рисунка. Библиографический список содержит 55 наименований.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

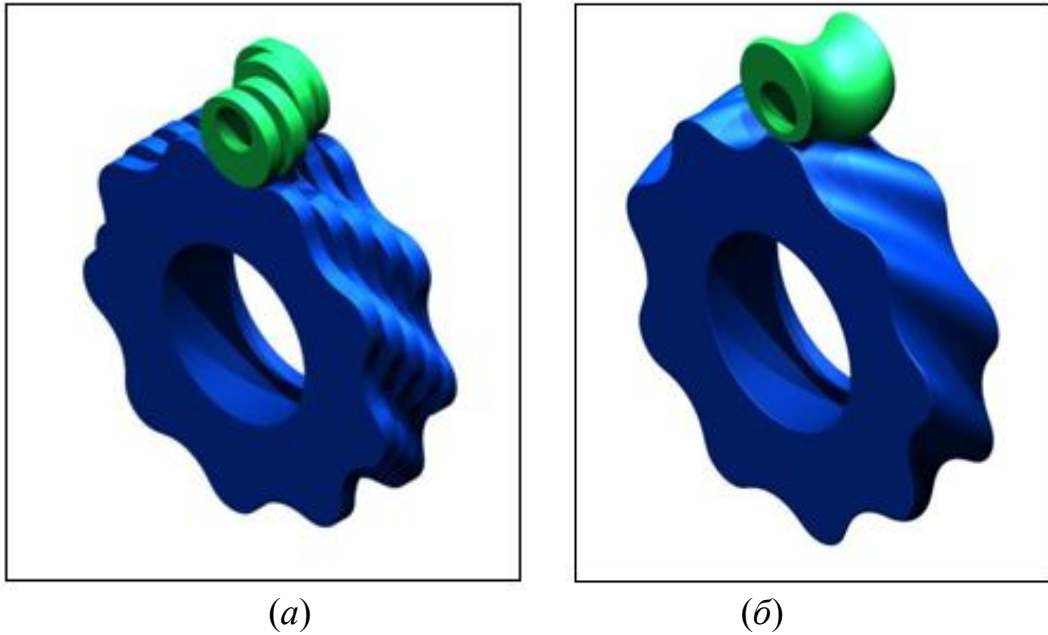
Во введении обоснована актуальность темы проводимых исследований. Сформулированы цель работы, научная новизна и практическая значимость. Приведены сведения о достоверности результатов работы, ее апробации, публикациях автора. Изложены основные положения, выносимые на защиту, описаны структура и объем работы. Дано краткое содержание диссертации.

В первой главе речь идёт о роли и месте математического моделирования в современном машиностроении. Математическое моделирование широко применяется в машиностроении, но наибольший практический эффект оно даёт в сочетании с использованием возможностей современных компьютеров. Главное предназначение модели – получение возможности прогнозировать выходные характеристики машин, начиная уже с самых ранних стадий проектирования. В результате становится возможным существенно уменьшить или вообще исключить натурные исследования и испытания, требующие разработки и создания экспериментальных стендов и образцов. Это, в свою очередь, снижает затраты на доработку конструкции и технологии, на корректировку технической документации, сокращает сроки внедрения проектируемых машин. Предложенная автором методология процесса моделирования систем передачи движения подразумевает:

- получение методами аналитической и дифференциальной геометрии уравнений кривых и поверхностей, соответствующих (с определённой степенью точности) профилям деталей механизма,
- моделирование кинематически согласованного движения деталей механизма в соответствии с законами теоретической механики.
- визуализация динамического состояния механизма,
- нахождение силовых характеристик,
- оптимизация параметров.

В последнем разделе главы приведены определения основных геометрических объектов, рассматриваемых в данной работе.

Вторая глава посвящена новому виду зацепления в передаточных механизмах – эксцентрико-циклоидальному (ЭЦ-зацепление). В отличие от классического эвольвентного зацепления, в котором профили зубьев изготавливаются на основе эвольвенты окружности, в ЭЦ-зацеплении профили колес – циклоидальная кривая и эксцентрически повернутая окружность. Это зацепление может быть реализовано как с помощью составных колес, образованных повернутыми друг относительно друга прямозубыми венцами (рис. 1а), так и в виде непрерывного винтового эксцентрика и сопряжённого с ним винтового циклоидального колеса (рис. 1б).



(a)

(б)

Рис. 1. ЭЦ-зацепление:

a – с составными венцами, *б* – с криволинейными винтовыми зубьями

Механизм с зацеплением, представленным на рис. 1*a*, проще в изготовлении. Криволинейные зубья второго варианта механизма (рис. 1*б*) имеют большой приведенный радиус кривизны, что увеличивает контактную прочность зацепления, а форма зуба обеспечивает большую изгибную прочность.

И в том и в другом случае сечение, перпендикулярное осям вращения колёс при угле поворота генератора (винтового эксцентрика) $\delta = 0$, имеет вид, изображенный на рис. 2.

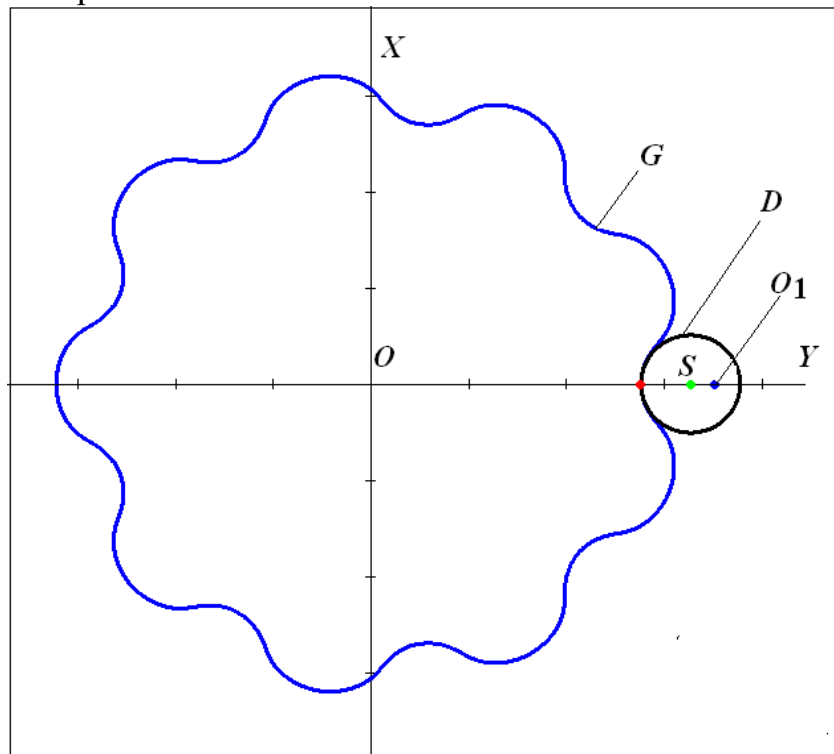


Рис. 2. Сечение, перпендикулярное осям вращения колёс

Обозначим: d – диаметр винтового эксцентрика, l его длина, a межцентровое расстояние колёс OS , ε – эксцентриситет SO_1 , z_2 – количество циклов кривой G . Тогда поверхность винтового эксцентрика задаётся вектор-функцией двух аргументов ν и α , принимающих значения от 0 до 2π :

$$\mathbf{Sv}(\nu, \alpha) = \begin{pmatrix} a + \varepsilon \cos \nu + \frac{d}{2} \cos \alpha \\ \varepsilon \sin \nu + \frac{d}{2} \sin \alpha \\ \frac{l\nu}{2\pi} \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Во процессе движения деталей механизма, то есть при изменении угла поворота винтового эксцентрика δ , образуется семейство таких поверхностей. Это семейство задаётся вектор-функцией трёх аргументов:

$$\mathbf{Sv}(\nu, \alpha, \delta) = \begin{pmatrix} a + \varepsilon \cos(\nu + \delta) + \frac{d}{2} \cos \alpha \\ \varepsilon \sin(\nu + \delta) + \frac{d}{2} \sin \alpha \\ \frac{l\nu}{2\pi} \end{pmatrix}. \quad (2)$$

Фактически вектор-функция (2) задаёт уравнения движения винтового эксцентрика (1).

Кривую G – эквидистанту удлинённой эпитрохеды зададим вектор-функцией:

$$\mathbf{g}(\tau) = \begin{pmatrix} -\varepsilon \cos \tau + a \cos \frac{\tau}{z_2 + 1} + \frac{d}{2} n_1(\tau) \\ -\varepsilon \sin \tau + a \sin \frac{\tau}{z_2 + 1} + \frac{d}{2} n_2(\tau) \end{pmatrix},$$

где $n_1(\tau)$, $n_2(\tau)$ – координаты единичного вектора нормали.

Тогда поверхность большого колеса будет задаваться вектор-функцией двух аргументов

$$\mathbf{Se}(\nu, \tau) = \begin{pmatrix} \mathbf{G}(\nu, \tau)_1 \\ \mathbf{G}(\nu, \tau)_2 \\ \frac{l\nu}{2\pi} \end{pmatrix},$$

где нижний индекс – номер координаты вектор-функции $\mathbf{G}(\nu, \tau)$:

$$\mathbf{G}(v, \tau) = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{-v}{z_2}\right) & -\sin\left(\frac{-v}{z_2}\right) \\ \sin\left(\frac{-v}{z_2}\right) & \cos\left(\frac{-v}{z_2}\right) \end{pmatrix} \mathbf{g}(\tau).$$

Движение большого колеса будет описываться семейством вектор-функций:

$$\mathbf{Se}(v, \tau, \delta) = \begin{pmatrix} \mathbf{G}(v, \tau, \delta)_1 \\ \mathbf{G}(v, \tau, \delta)_2 \\ \frac{lv}{2\pi} \end{pmatrix},$$

где

$$\mathbf{G}(v, \tau, \delta) = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{-v - \delta}{z_2}\right) & -\sin\left(\frac{-v - \delta}{z_2}\right) \\ \sin\left(\frac{-v - \delta}{z_2}\right) & \cos\left(\frac{-v - \delta}{z_2}\right) \end{pmatrix} \mathbf{g}(\tau). \quad (3)$$

С математической точки зрения преимущество ЭЦ-зацепления состоит в том, что для нахождения точки контакта профилей деталей достаточно применить свойство циклоидальных кривых: нормаль в произвольной точке такой кривой проходит через точку соприкосновения обкатывающихся кругов (полус), с помощью которых получается исходная циклоидальная кривая. Следовательно, для нахождения этой нормали нет необходимости прибегать к дифференцированию. Это замечательное свойство циклоидальных кривых позволяет находить точку контакта как точку соответствующей углам v и δ эквидистанты G , если вместо значения параметра эквидистанты τ в формулу (3) подставить следующее выражение:

$$\varphi(v, \delta) = \frac{z_2 + 1}{z_2} (v + \delta).$$

После этого формула (3) будет определять вектор-функцию линии контакта для каждого значения δ .

Задание перемещающихся кривых и поверхностей в виде семейств вектор-функций позволяет создавать графические изображения взаимного расположения контактирующих деталей механизмов в пространстве и профилей деталей в торцевых сечениях при различных углах поворота генератора. Встроенная программа анимации пакета MathCad накапливает кадры с этими изображениями с последующим их просмотром с заданной скоростью. С помощью этой программы диссертантом созданы видеофайлы, демонстрирующие работу механизма в плоском и пространственном варианте. Эти иллюстрации визуализируют кинематически согласованное движение деталей механизма. При этом в

каждый момент времени можно видеть не только взаимное расположение контактирующих частей механизма, но и изображение пространственной непрерывной линии контакта. Таким образом, происходит тестирование алгоритма создания математической модели работы механизма, подтверждающее, что во всё время движения детали устройства не выходят из силового взаимодействия.

Зная координаты точки контакта в каждый момент времени, можно произвести расчёт силовых усилий в этой точке, согласно принципу Лагранжа для статистически нагруженной системы. Считая, что распределённые по линии контакта усилия $F(v)$, действуют в плоскости нормальной осям вращения деталей, записываем входной момент на генераторе в интегральной форме:

$$M = \left| \int_0^{\pi} \mathbf{F}(v) \times \mathbf{r}(v) dv \right|,$$

где $\mathbf{r}(v)$ – радиус-вектор точки контакта относительно оси вращения винтового эксцентрика, а интегрирование ведётся по половине длины винтового эксцентрика, т. е. по его «рабочей части», испытывающей реальную силовую нагрузку. Тогда усилия в точках контакта можно вычислять, следуя синусоидальному закону распределения входного момента вращения:

$$F(v) = \frac{M \sin \gamma(v)}{\int_0^{\pi} |\mathbf{r}(v)| \sin^2 \gamma(v) dv},$$

где $\gamma(v)$ – угол между вектором $\mathbf{r}(v)$ и вектором общей нормали к кривым G и D . Затем определяются радиусы кривизны в точках контакта и вычисляются контактные напряжения. Наконец, рассчитывая разности линейных скоростей, получаем величины потерь мощности на трение и КПД.

Далее описывается процесс оптимизации параметров по величинам контактных напряжений и КПД. В качестве изменяемых в процессе оптимизации параметров были выбраны диаметр окружности в поперечном сечении однозубого колеса и эксцентриситет смещения этой окружности от оси вращения. Для нахождения оптимальных значений этих параметров, позволяющих получить необходимые КПД и среднее значение максимально допустимых контактных напряжений, создана специальная программа.

Было проведено тестирование алгоритма расчёта движения деталей зацепления при нулевом эксцентриситете. В этом случае и червячный элемент, и зубчатое колесо имеют цилиндрическую боковую поверхность. Расчётами были найдены радиусы кривизны в точках контакта, которые с высокой точностью (до 9-го знака после запятой, если радиус кривизны выражен в мм) совпали с радиусами цилиндров. Кроме этого, линия контакта из пространственной кривой превратилась в почти идеальную прямую, а КПД получился равным 100%, в случае, если момент трения превосходил передаваемый момент.

В заключение главы приводятся обоснования преимуществ ЭЦ-зацепления в сравнении с эвольвентным, главное из которых состоит в том, что

эксцентриково-циклоидальные редукторы в сравнении с эвольвентными получают такую высокую прочность, которая позволяет им передавать до 7 раз более высокий крутящий момент (при равной массе сравниваемых редукторов).

Математические модели по ЭЦ-зацеплению существенно использовались при проектировании конкретных механизмов. Результаты этих разработок являются изобретениями, на которые получены пять патентов РФ и подана заявка, № RU2008115365 (решение о выдаче патента от 24.12.2008), а также международная заявка PCT/RU 2008/000366 от 09.06.2008.

В третьей главе представлены математические модели различных типов ЭЦ-редукторов, сконструированных коллективом ЗАО «Технология маркет». Эти модели созданы по методике, рассмотренной в гл. II для принципиальной схемы ЭЦ-зацепления, и существенно использовались при проектировании и оптимизации параметров опытных и серийных образцов. Смоделировано динамическое состояние следующих передаточных механизмов:

Реечная передача, преобразующая вращательное движение в поступательное и наоборот (рис. 3). Устройство может быть использовано вместо обычных реечных механизмов в линейных приводах станков, в устройствах рулевого управления автомобилей, а также в грузоподъемной технике (реечные домкраты и т. п.). Предлагаемый механизм имеет повышенную нагрузочную способность зацепления при тех же габаритах, а также возможность получения не высоких скоростей перемещения рейки независимо от габаритов вращающегося колеса (а зависящих только от углового шага рейки).

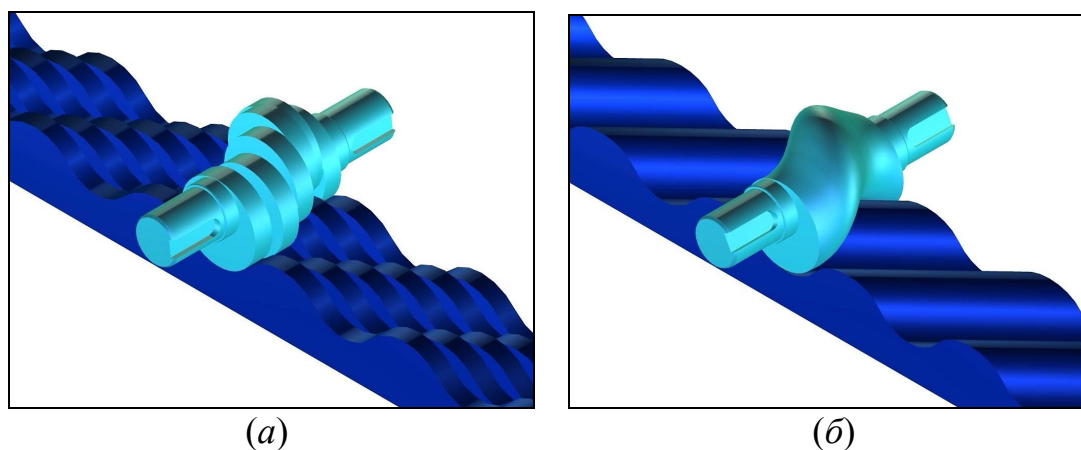


Рис. 3. Реечное зацепление:

a – с составными венцами, *б* – с криволинейными винтовыми зубьями

На рис. 4 изображены кривые, участвующие в построении поверхностей деталей реечной передачи: 1 – циклоида, образованная при качении круга 4 радиуса r по оси OY ; 2 – трохоида, вычерчиваемая точкой 6, удалённой от центра круга 4 на эксцентриситет ε ; 3 – эквидистанта трохоиды, удалённая от неё по нормальям на расстояние ρ ; 5 – плоское сечение винтового эксцентрика – окружность радиуса ρ с центром в точке 6.

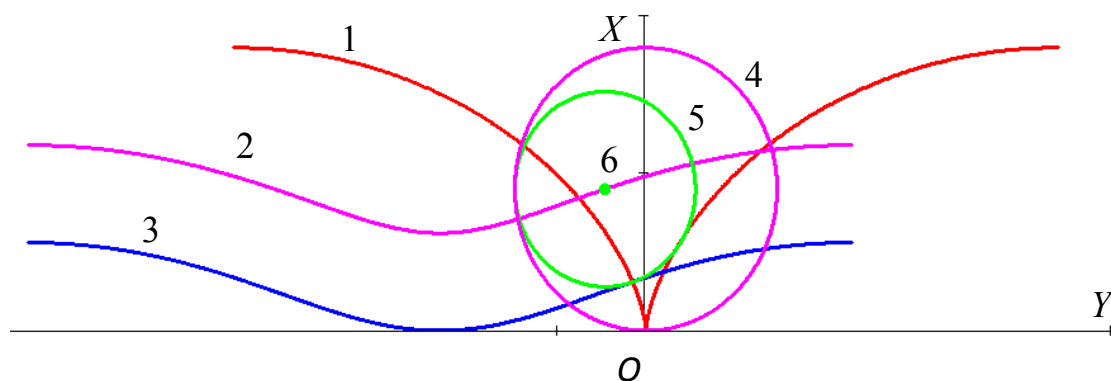


Рис. 4. Образование профилей реечного зацепления

Параметрические уравнения трохоиды 2 имеют вид:

$$\begin{cases} x(\tau) = -\varepsilon \cos \tau + r, \\ y(\tau) = -\varepsilon \sin \tau + r \tau. \end{cases}$$

Параметрические уравнения эквидистанты трохоиды 3 имеют вид:

$$\begin{cases} X(\tau) = x(\tau) + \rho n_1(\tau), \\ Y(\tau) = y(\tau) + \rho n_2(\tau), \end{cases}$$

где n_1 , n_2 – координаты единичного вектора нормали в точке трохоиды. Если ось OZ параллельна оси винтового эксцентрика, то поверхность рейки для варианта на рис. 3б может быть задана в виде вектор-функции:

$$\mathbf{R}(\tau, \beta) = \begin{pmatrix} X(\tau) \\ Y(\tau) - \beta r \\ \frac{l\beta}{2\pi} \end{pmatrix},$$

где l – задаваемая ширина рейки, $\beta = 0, \dots, 2\pi$, $\tau = 0, \dots, 2\pi m$ (m – задаваемое число циклов – арок циклоиды).

Построенная математическая модель использовалась при конструировании разработки, на которую подана заявка на изобретение RU 2008115365 «Реечное зацепление для линейного привода (варианты)», авторы Становской В.В., Казакиявичюс С.М., Ремнева Т.А., Кузнецов В.М., Бубенчиков А.М., Щербаков Н.Р. (решение о выдаче патента от 24.12.2008).

Шнековая коническая косозубая передача с ЭЦ-зацеплением (рис. 4).

Оба колеса зацепления имеют коническую форму и пересекающиеся оси. Малое колесо (червяк) образовано последовательным и непрерывным поворотом вокруг оси эксцентрично смещённых окружностей торцовых сечений конуса, определяющего форму конического колеса. Конический «червяк» отличается от цилиндрического только уменьшающимися размерами окружностей в последовательных торцовых сечениях. Соответственно зубчатая поверхность большего конического колеса имеет в торцовых сечениях форму циклоидальной кривой. Торцовые сечения конического колеса – это сечения его цилиндра-

ми с той же осью и с уменьшающимся радиусами. Зубья большого колеса имеют винтовую форму и образованы последовательным поворотом циклоидальных кривых (торцевых сечений) вокруг оси колеса. При таком построении поверхностей колёс они в каждом торцевом сечении будут иметь точку контакта, причем в контакте будет находиться окружность и циклоидальная кривая, которые в зацеплении имеют минимальные потери на трение скольжения. Все остальные описанные выше преимущества для зацепления цилиндрических колёс справедливы и для конических колёс.

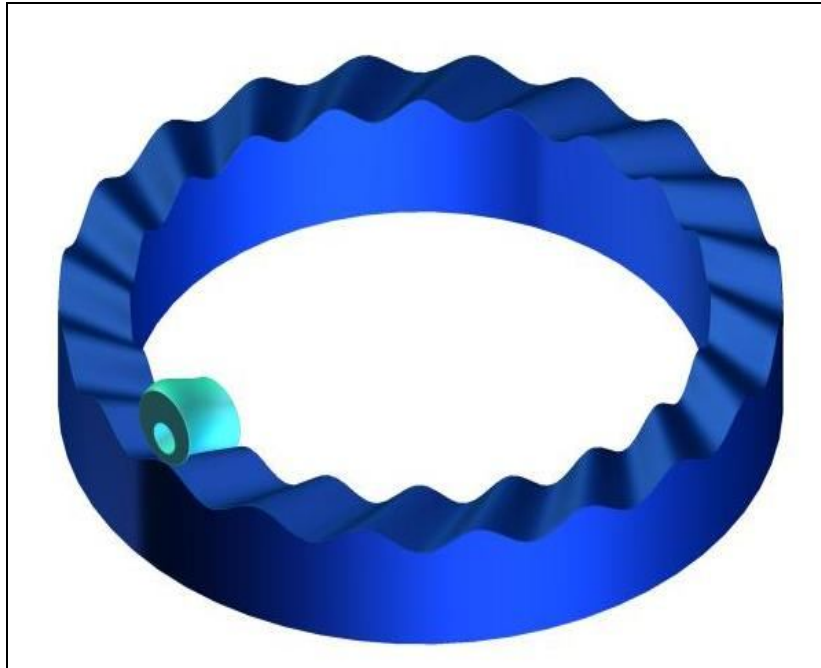


Рис. 4. Коническая передача с ЭЦ-зацеплением

Обозначим через R радиус большого колеса, через ρ – радиус наибольшего торцевого сечения червяка, через lr – длину червяка, а через n – количество циклов торцевого сечения большого колеса. Пусть ось вращения большого колеса совпадает с осью OZ , а ось вращения червяка – параллельна оси OY , пересекает ось OZ и поднята над осью OY на радиус $r = \frac{R}{n}$ производящего круга исходной циклоиды. Тогда радиус-вектор точки пересечения оси червяка с наибольшим торцевым сечением имеет вид:

$$\mathbf{C}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ R \\ r \end{pmatrix}.$$

Проекция центров торцевых сечений червяка в плоскость, проходящую через точку \mathbf{C}_0 перпендикулярно оси червяка можно записать в виде:

$$\mathbf{C}_v(v) = \mathbf{C}_0 - \varepsilon \begin{pmatrix} -\sin v \\ 0 \\ \cos v \end{pmatrix},$$

где $v = 0, \dots, 2\pi$, а радиусы окружностей этих сечений – в виде:

$$\rho v(v) = \rho - \frac{\rho l r v}{R 2\pi}.$$

Теперь поверхность червяка может быть записана как вектор-функция двух аргументов:

$$\mathcal{S}v(v, \alpha) = Cv(v) + \rho v(v) \begin{pmatrix} \cos \alpha \\ 0 \\ \sin \alpha \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{l r v}{2\pi} \\ 0 \end{pmatrix},$$

а семейство таких поверхностей, зависящее от параметра δ – угла поворота генератора (червяка) вокруг своей оси, запишем в виде:

$$\mathcal{S}v(v, \alpha, \delta) = \begin{pmatrix} \cos \delta & 0 & -\sin \delta \\ 0 & 1 & 0 \\ \sin \delta & 0 & \cos \delta \end{pmatrix} \left[\mathcal{S}v(v, \alpha) - \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ r \end{pmatrix} \right] + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ r \end{pmatrix}.$$

Для нахождения уравнения поверхности большого колеса обозначим через

$$Rv(v) = R - \frac{l r v}{2\pi}$$

– радиус цилиндра, на котором лежит торцевое сечение этого колеса, соответствующее параметру v , а через

$$rv(v) = \frac{Rv(v)}{n}$$

– радиус окружности, образующей исходную циклоиду этого сечения. Параметрические уравнения исходной трохойды для каждого торцевого сечения этого колеса запишем в виде:

$$\begin{cases} x(v, \tau) = -\varepsilon \sin \tau + rv(v)\tau, \\ y(v, \tau) = -\varepsilon \cos \tau + rv(v), \end{cases}$$

а уравнения эквидистанты этой трохойды – в виде:

$$\begin{cases} X(v, \tau) = x(v, \tau) + \rho v(v) n_1(v, \tau), \\ Y(v, \tau) = y(v, \tau) + \rho v(v) n_2(v, \tau), \end{cases}$$

где n_1, n_2 – координаты единичного вектора нормали в точке трохойды. Тогда поверхность большого колеса можно записать как вектор-функцию двух аргументов:

$$Ev(v, \tau) = \begin{pmatrix} \cos\left(\frac{-v}{n}\right) & -\sin\left(\frac{-v}{n}\right) & 0 \\ \sin\left(\frac{-v}{n}\right) & \cos\left(\frac{-v}{n}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Rv(v) \sin\left(\frac{X(v, \tau)}{Rv(v)}\right) \\ Rv(v) \cos\left(\frac{X(v, \tau)}{Rv(v)}\right) \\ Y(v, \tau) + r - rv(v) \end{pmatrix}, \quad (4)$$

а запись семейства таких поверхностей примет вид:

$$Ev(v, \tau, \delta) = \begin{pmatrix} \cos \delta & -\sin \delta & 0 \\ \sin \delta & \cos \delta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} Ev(v, \tau). \quad (5)$$

Если теперь в (4) вместо τ подставить $(-v)$, то получится линия контакта червяка с большим колесом, а если в (5) вместо τ подставить выражение $(-\delta - v)$, то будем иметь запись семейства линий контакта при всех значениях угла поворота генератора δ .

Расчёт усилий, потерь мощности на трение, нахождение радиусов кривизны в точках контакта производятся по той же схеме, что и в главе 2. Рабочая программа позволяет находить КПД и величины контактных напряжений, а также оптимизировать их значения. Формулы (4) и (5) позволяют создать 3-х мерные графические изображения контактирующих деталей механизма в любой момент времени, что позволяет изобразить динамическое состояние всей системы в виде анимационных файлов.

Планетарная дисковая передача с ЭЦ-зацеплением.

В планетарной передаче движение передаётся от центрального колеса на кольцо, на котором закреплены оси сателлитов. Центральное колесо выполнено в форме винтового эксцентрика, а сателлиты – в виде косозубых винтовых колёс, профили которых – циклоидальные кривые (рис. 5).

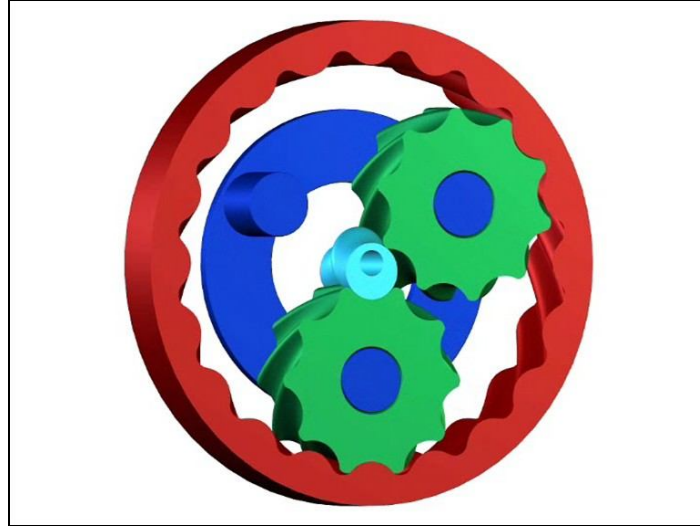


Рис. 5. Планетарная передача с косозубыми винтовыми колёсами

Профиль торцевого сечения неподвижной внешней обоймы – огибающая семейства кривых, то есть кривая, которая в каждой своей точке касается некоторой кривой семейства. В данном случае это семейство образовано профилями сателлитов при работе механизма. Получены уравнения семейства в виде вектор-функции двух аргументов: параметра кривой τ и параметра семейства δ . Обычный способ нахождения огибающей приводит к зависимости между этими параметрами в виде тригонометрического уравнения:

$$A(\tau) \cos \delta + B(\tau) \sin \delta = C(\tau), \quad (6)$$

где $A(\tau)$, $B(\tau)$, $C(\tau)$ – достаточно сложные тригонометрические выражения – функции от τ . Функциональная зависимость δ от τ находится из (6) с использованием символьного процессора пакета MathCad (рис. 6).

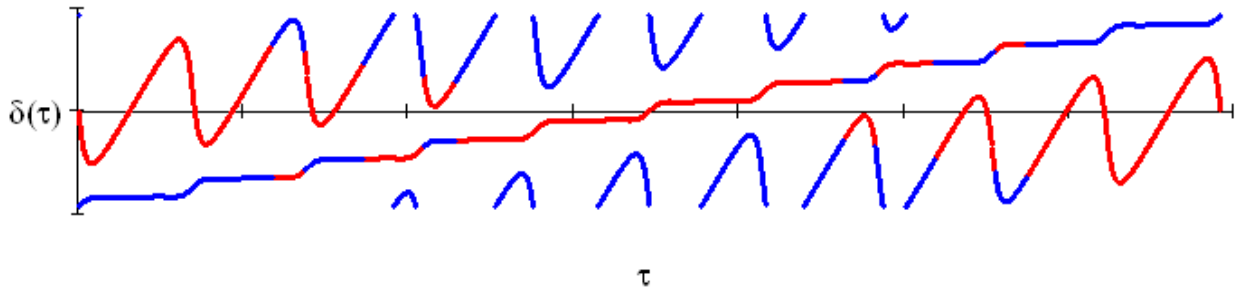


Рис. 6. График зависимости параметра семейства от параметра кривой.

Подставляя затем $\delta(\tau)$ в уравнение семейства кривых, получаем дискриминантную кривую, содержащую кроме точек огибающей ещё и особые точки кривых семейства. Поскольку кривая – периодическая, то достаточно из множества точек дискриминантной кривой, отбросив особые точки, выбрать точки одного периода и поворотами относительно начала координат получить массив всех точек огибающей. Этот процесс осуществляется с помощью специальной подпрограммы.

На рис. 7 изображено семейство кривых, получающееся при движении спутника, и дискриминантная кривая.

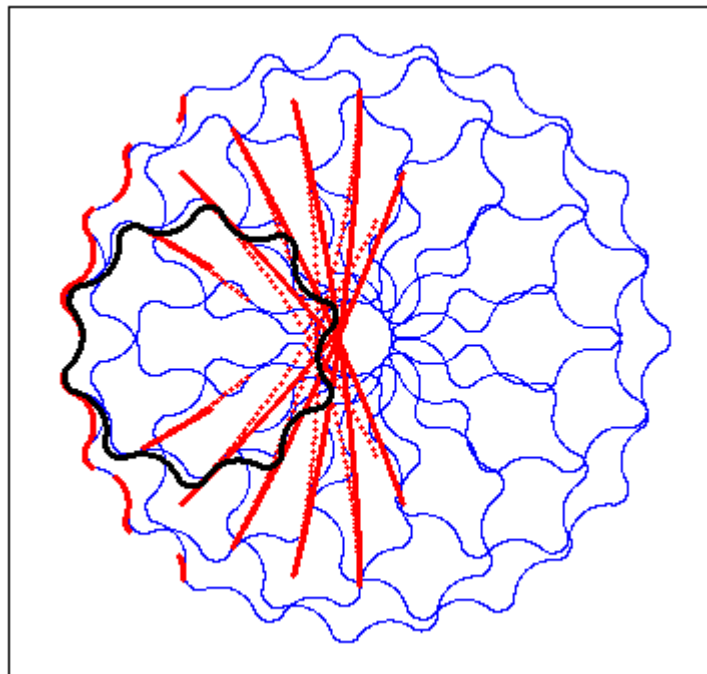


Рис. 7. Дискриминантная кривая

Дисковая двухступенчатая передача – получается из планетарной при неподвижных осях спутников.

В четвёртой главе рассматриваются вопросы математического моделирования работы самотормозящих передаточных механизмов с промежуточными телами качения (шариками). На рис. 8 изображена принципиальная схема такого механизма.

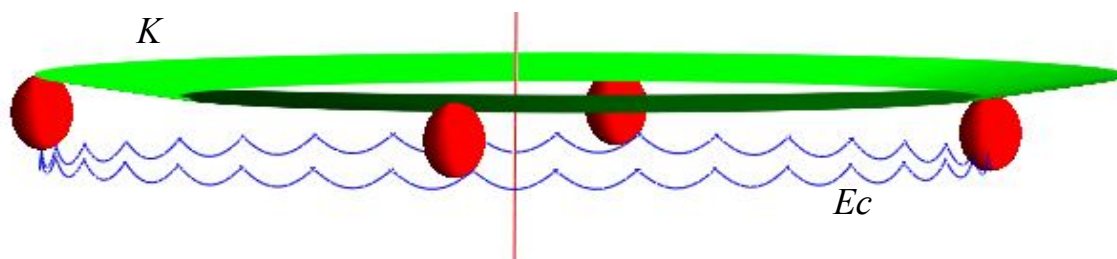


Рис. 8. Шарики в контакте с конической поверхностью и дорожкой качения

Рабочая поверхность ведущего диска является частью боковой поверхности конуса. При вращении ведущего вала диск, посаженный с помощью подшипника на эксцентрик, совершает плоскопараллельное планетарное движение, а шарики, обкатываясь по торцевому профилю зубчатого венца и совершая осевые перемещения в прорезях сепаратора, поворачивают сепаратор. Поверхность дорожки качения представляет собой часть огибающей семейства сфер, центры которых расположены на синусоидальной кривой Ec .

Особое внимание здесь уделяется вопросу расположения в пространстве линии центров шаров (рис. 9).

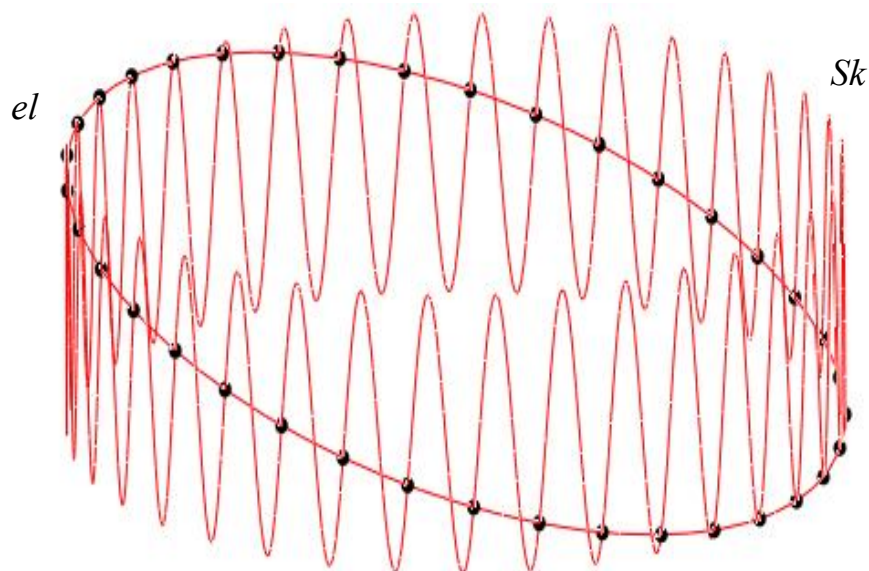


Рис. 9. Эллипс центров шаров

Для построения кинематически согласованной модели работы механизма будем считать, что в каждый момент времени центры шаров лежат в одной плоскости и находятся на эллипсе el сечения цилиндра радиуса R этой плоскостью (R – радиус окружности, на которой лежат центры цилиндрических проре-

зей сепаратора). Тогда можно получить параметрические уравнения синусоидальной кривой Sk на цилиндре радиуса R , которую опишет центр одного шара при работе механизма:

$$\begin{aligned}x &= R \cos\left(\frac{t}{Z1}\right), \\y &= R \sin\left(\frac{t}{Z1}\right), \\z &= R \operatorname{tg}\theta \cos(t) + b.\end{aligned}\tag{6}$$

Здесь $Z1 = Z2 - 1$, где $Z2$ – количество шаров, θ – угол между нормалью к плоскости эллипса el и осью OZ , b – аппликата неподвижного центра эллипса el . Из (6) при $t_k = (2\pi k + \alpha) \frac{Z1}{Z2}$ получаются координаты центра k -го шара ($k = 0, 1, \dots, Z1$)

для любого значения угла поворота ведущего вала α .

Установлено, что хотя, вообще говоря, линия центров шаров не является плоской, но предполагаемое в математической модели плоское расположение центров шаров приводит к вполне допустимой погрешности при определении точек контакта шаров с конической боковой поверхностью ведущего диска.

Найдены параметрические уравнения линии Ec (рис. 8):

$$\begin{aligned}x &= R \cos u(t), \\y &= R \sin u(t), \\z &= R \left[\operatorname{tg}\theta \cos t + \frac{\sin\left(u(t) - \frac{t}{Z1}\right)}{Z1 \operatorname{tg}\theta \sin t} \right] + b,\end{aligned}\tag{7}$$

где зависимость u от t находится из условия удалённости точки линии $Ec(t)$ от соответствующей точки линии $Sk(t)$ на радиус шара ρ и имеет вид:

$$\cos\left(u - \frac{t}{Z1}\right) - \frac{\sin^2\left(u - \frac{t}{Z1}\right)}{2(Z1 \operatorname{tg}\theta \sin t)^2} = 1 - \frac{\rho^2}{2R^2}.$$

Решения этого тригонометрического уравнения находятся при помощи символьных вычислений в пакете MathCad. Из (7) при $t_k = (2\pi k + \alpha) \frac{Z1}{Z2}$ получаются координаты точек контакта k -го шара с дорожкой качения для любого значения α .

Исходя из допущения о плоском расположении центров шаров, получен алгоритм нахождения точек контакта шаров с конической поверхностью ведущего диска (рис. 10) и с сепаратором. Отклонение найденных с указанным допущением центров шаров от осей соответствующих цилиндрических прорезей

сепаратора не превосходит величины $\rho + 1,8\% \rho$, т.е. радиус этих прорезей должен быть больше радиуса шара на $1,8\% \rho$.

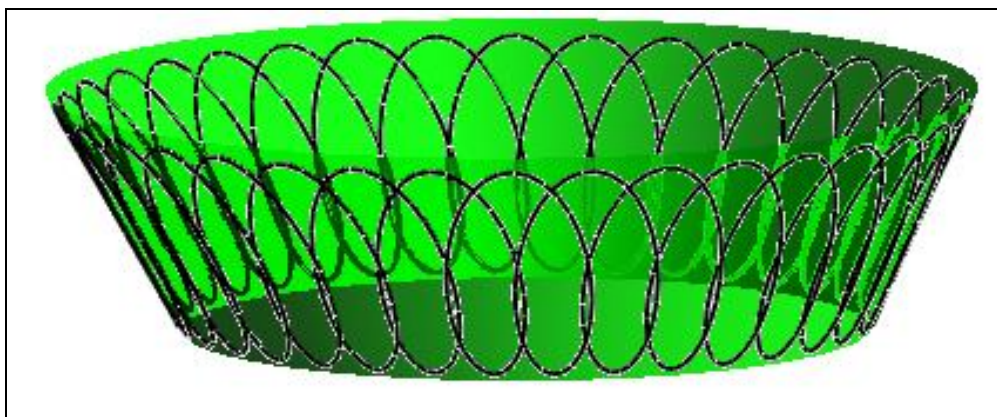


Рис. 10. Линия контакта одного шара с конической поверхностью

Невозможность обратного хода системы, т.е. наличие эффекта самоторможения, обосновывается по следующей схеме. Считая входной деталью сепаратор и разбрасывая входной момент M_1 по «закону синуса», определяются усилия, действующие в точках контакта шаров с сепаратором. Проведя стационарный расчет усилий и формально подставляя полученные значения реакций в уравнение принципа Даламбера-Лагранжа:

$$M_1 \omega_1 = M \omega - Q'_k - Q'_s, \quad (8)$$

где Q'_k , Q'_s – виртуальные значения потерь на трение при обратном ходе, получаем отрицательную правую часть (8), т.е. отрицательную величину коэффициента полезного действия (КПД).

Отбрасывая величины нормальных реакций на конусе, мы остаемся в области нереальных отрицательных значений КПД. Это говорит о том, что обратный ход системы невозможен, по крайней мере, для значений коэффициентов трения скольжения $f > 0,045$.

В пятой главе строится математическая модель динамического состояния прецессионных передаточных механизмов с промежуточными телами качения. Существует много вариантов механизмов самого широкого назначения, в которых передача вращения с преобразованием скорости происходит при помощи прецессионного движения деталей. Например, дифференциальный преобразователь скорости, который содержит передающий узел из охватывающих друг друга внутренней обоймы и качающейся (прецессирующей) шайбы с боковыми сопрягаемыми поверхностями в виде сферического пояса. В экваториальной области сферического пояса на обойме и качающейся шайбе выполнены замкнутые волнообразно изогнутые в осевом направлении дорожки качения с цепочкой шариков. Общий вид основных деталей этого механизма изображён на рис. 11.

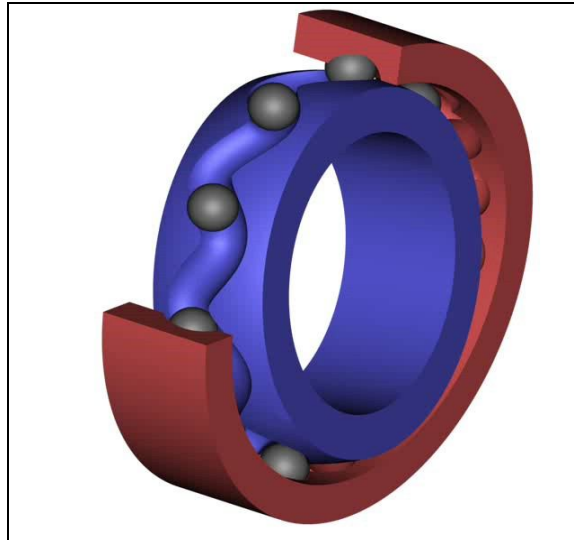


Рис. 11. Общий вид прецессионного передаточного механизма

Поверхность каждой дорожки качения представляет собой часть каналовой поверхности (объёмной эквидистанты), т.е. огибающей семейства сфер, центры которых расположены на некоторой кривой. В данном случае дорожку качения образует каналовая поверхность синусоидальной кривой на сфере. Такая поверхность может быть построена и как семейство окружностей постоянного радиуса, расположенных в нормальных плоскостях синусоидальной кривой с центрами в точках этой кривой (рис. 12).

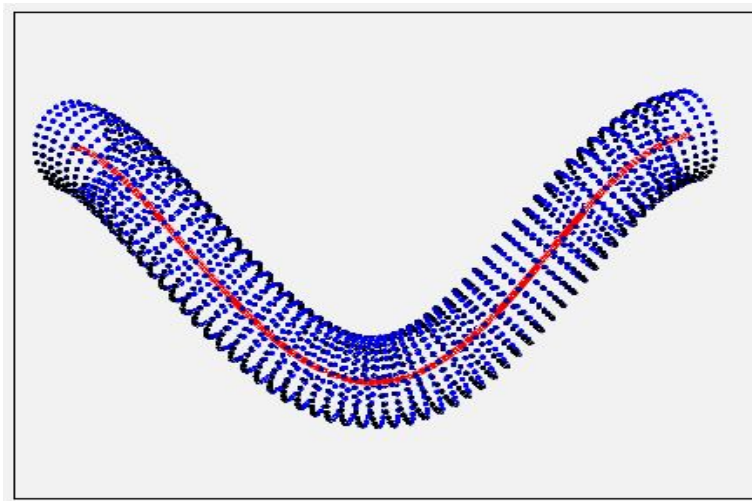


Рис. 12. Каналовая поверхность как семейство окружностей

Получены уравнения синусоидальной кривой L на сфере. Предполагается, что линия Lk , по которой шары контактируют с дорожкой качения такова, что её проекция на сферу из её центра имеет вид линии Lks , изображённой на рис. 13.

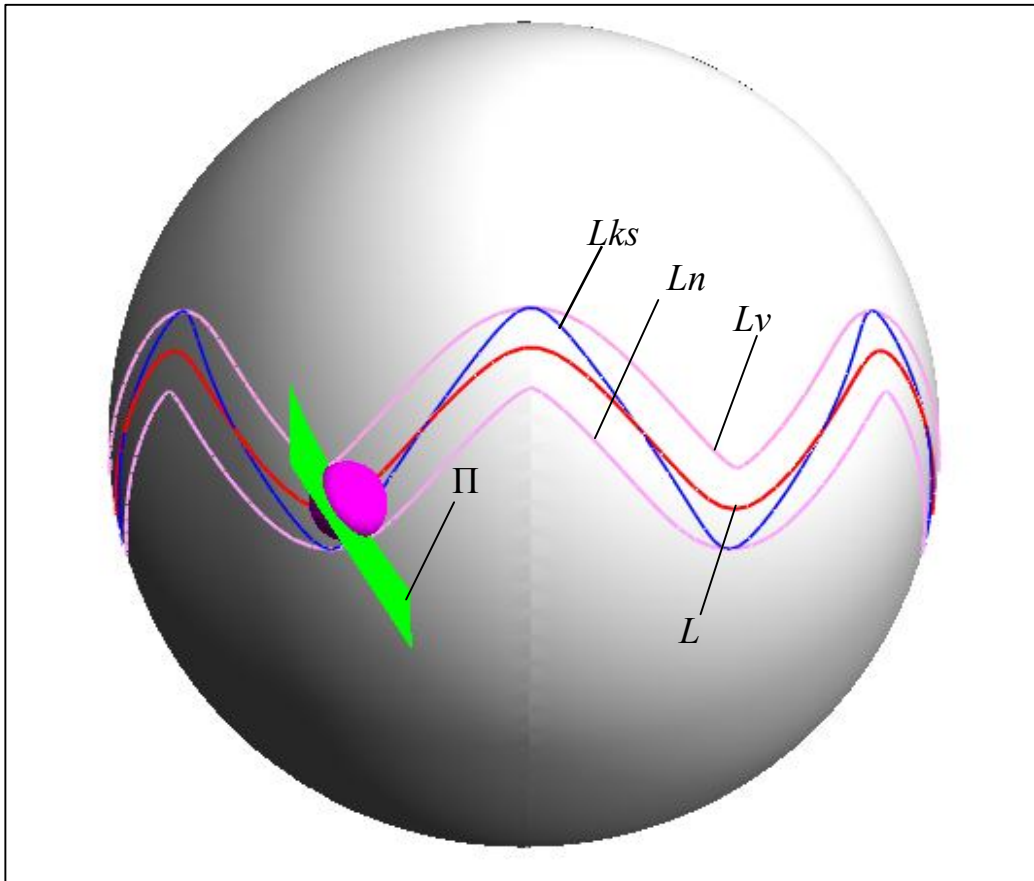


Рис. 13. Синусоидальные кривые на сфере

Линия Lks проходит через точки перегиба линии L и касается верхней и нижней кромки дорожки качения (линий Lv и Ln , соответственно), в точках экстремума. Точка контакта шара с объёмной эквидистантой лежит на окружности сечения шара нормальной плоскостью к линии L – плоскость Π на рис. 13, что позволяет упростить пространственную задачу нахождения точки касания этих двух поверхностей. Для этого определяются координаты центра каждого шара и координаты точки пересечения линии Lks с плоскостью Π каждого шара для любого угла поворота генератора. Далее находятся точки контакта шаров с генератором и вектора усилий $F_n(k)$, $F_g(k)$ в точках контакта шаров с дорожкой качения и генератором. Доказано, что эти вектора как и вектора усилий $F_s(k)$ в точках контакта шаров с сепаратором направлены в центр шара и удовлетворяют соотношению:

$$F_g(k) + F_n(k) + F_s(k) = 0.$$

Таким образом, усилия, действующие на отдельно взятый шар, подчиняются закону локального равновесия.

В шестой главе строится математическая модель динамического состояния передаточных механизмов с синусоидальными дорожками качения на цилиндре. Внешний вид основных контактирующих деталей механизма такого типа изображён на рис. 14. Механизм предназначен для передачи движения от одного звена к другому с преобразованием скорости. При этом одно из звеньев

выполнено в виде вала вращения с жестко закрепленной косою шайбой (витком). На рабочей поверхности другого звена (цилиндр или рейка) выполнена периодически изогнутая вдоль оси вращения вала канавка, профиль сечения которой сопрягается с профилем сечения косою шайбы. Таким образом, на одном звене профиль имеет зуб в виде выступа, который образует косою шайба. На втором профиле зубья образованы периодической канавкой.

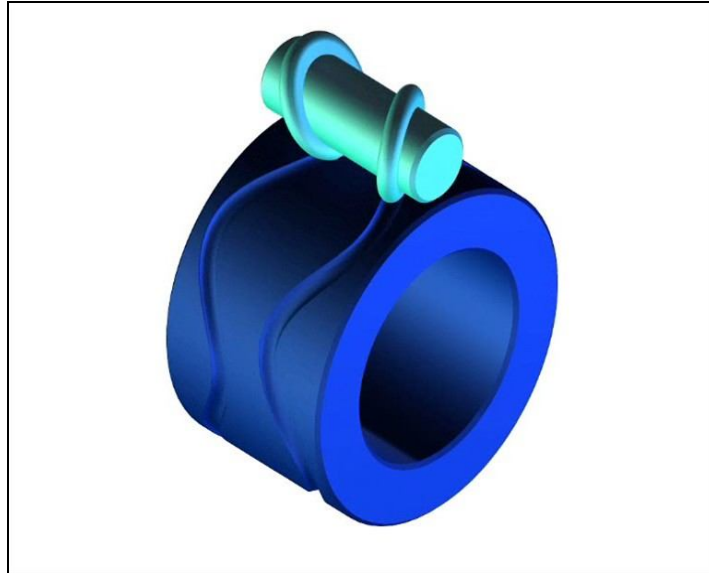


Рис. 14. Общий вид виткового механизма с дорожками качения на цилиндре

Поверхности зубьев являются объёмными эквидистантами эллипса наклонного сечения малого цилиндра радиуса r и синусоидальной кривой на большом цилиндре радиуса R . Для вывода уравнений поверхностей роликов необходимо сначала получить уравнения наклонных эллипсов и синусоидальных кривых в каждый момент времени, т.е. для каждого угла поворота генератора.

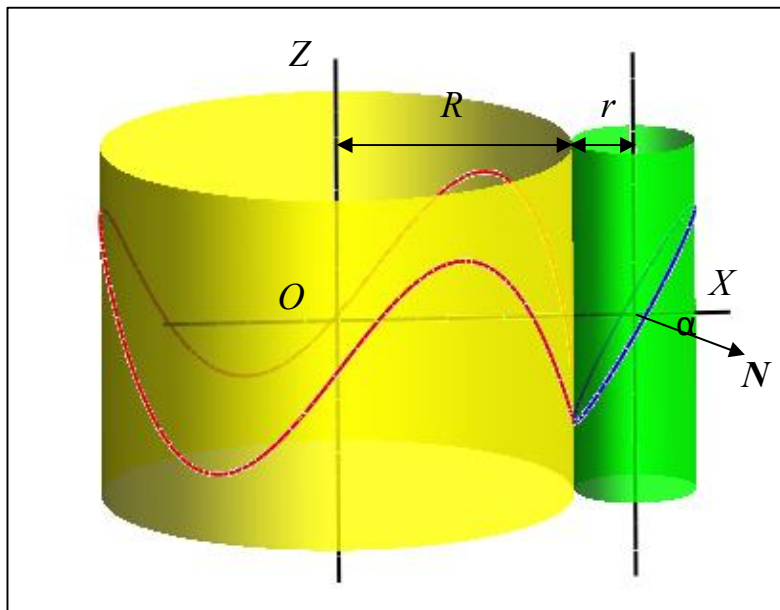


Рис. 15. Построение синусоидальной кривой на цилиндре

Рассмотрим два цилиндра разных радиусов, которые, касаясь друг друга по прямолинейной образующей, вращаются вокруг своих неподвижных осей (рис. 15). Будем считать, что передача вращательного движения происходит без проскальзывания, т.е. общая точка цилиндров при повороте малого цилиндра на некоторый угол опишет на обоих цилиндрах равные дуги.

Если малый цилиндр с радиусом r повернется на угол τ , то большой цилиндр с радиусом R повернется в противоположную сторону на угол $\varphi(\tau)$, причём $r\tau = |R\varphi(\tau)|$. Таким образом, угол поворота ведомого цилиндра равен:

$$\varphi(\tau) = -\frac{r}{R}\tau.$$

При работе механизма эллипс наклонного сечения малого цилиндра будет совершать прецессионное движение, т.е. вращаться вокруг оси, проходящей через центр эллипса перпендикулярно его плоскости, а эта ось, в свою очередь, будет поворачиваться вокруг оси цилиндра, образуя конус с углом при вершине 2α . Уравнение семейства таких эллипсов, получающихся при указанном движении, имеет вид:

$$El(\tau, u) = \begin{pmatrix} R+r+r\cos u \\ r\sin u \\ -r\operatorname{ctg}\alpha\cos(\tau-u) \end{pmatrix}. \quad (9)$$

Синусоидальную кривую $S(t)$ на цилиндре опишут точки каждого эллипса из семейства (9), получающиеся при $u = \pi$:

$$S(t) = \begin{pmatrix} \cos\varphi(t) & -\sin\varphi(t) & 0 \\ \sin\varphi(t) & \cos\varphi(t) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} R \\ 0 \\ r\operatorname{ctg}\alpha\cos t \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R\cos\varphi(t) \\ R\sin\varphi(t) \\ r\operatorname{ctg}\alpha\cos t \end{pmatrix}. \quad (10)$$

Уравнения движения контактирующих деталей получаются теперь как семейства объёмных эквидистант кривых (9) и (10).

При анализе кинематической схемы зацепления было установлено, что взаимодействие звеньев осуществляется по краю синусоидальной канавки, причём в точке перегиба центральной линии контакт квантовым образом (скачком) переходит с одного края выемки на другой. Таким образом, точка контакта всегда лежит на цилиндрических поверхностях, а не в углублении или бугорчатом силовом выступе. На рис. 16 точки контакта обоих витков с границами синусоидальных дорожек изображены жирными чёрными точками.

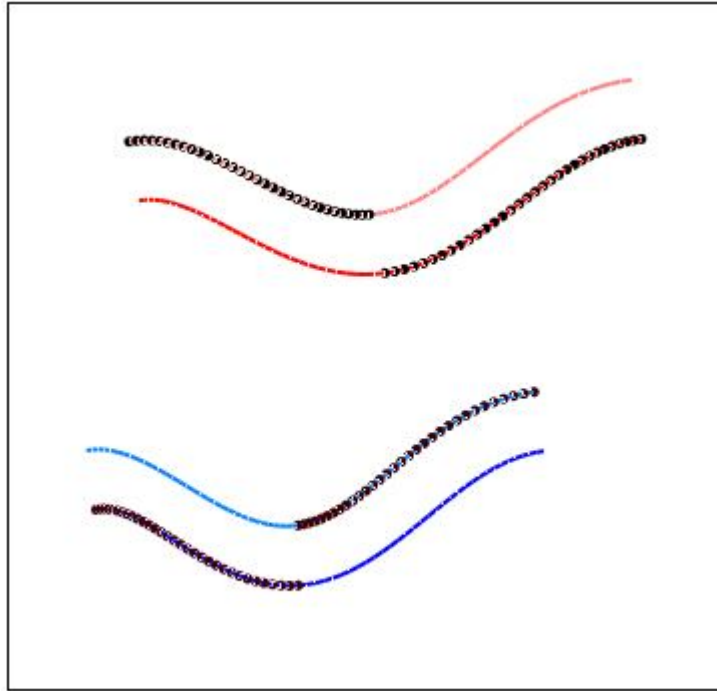


Рис. 16. Точки контакта на границах дорожек качения

В этих условиях, теоретически, при кинематически согласованном движении цилиндров трение скольжения отсутствует. Поэтому, в рассматриваемом случае, речь может идти лишь об учёте потерь на трение качения, которое обычно меньше потерь на трение скольжения.

ОПУБЛИКОВАННЫЕ РАБОТЫ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Бубенчиков А.М., Щербаков Н.Р., Становской В.В., Казакиявичюс С.М., Ремнёва Т.А. Математическое моделирование работы редуктора с циклоидально-эксцентриковым зацеплением // Вычислительные технологии. – 2009. – Т. 14. – № 2. – С. 51–57.

2. Становской В. В., Казакиявичюс С.М., Ремнева Т.А., Кузнецов В.М., Бубенчиков А.М., Щербаков Н.Р. Самоторможение эксцентриковой передачи с промежуточными телами качения // Вестник машиностроения. – 2009. – № 5. – С. 3–7.

3. Бубенчиков А.М., Щербаков Н.Р. Математическое моделирование динамики нового вида зацепления в передаточных механизмах // Известия Томского политехнического университета. – 2009. – Т. 314. – № 5. – С. 241–243.

4. Щербаков Н.Р. Оптимизация параметров нового зацепления колёс с криволинейными зубьями // Известия Томского политехнического университета. – 2009. – Т. 314. – № 5. – С. 244–246.

5. Щербаков Н.Р. Компьютерная модель динамического состояния зубчатой реечной передачи с зацеплением нового вида // Известия Томского политехнического университета. – 2009. – Т. 314. – № 5. – С. 246–250.

6. Бубенчиков А.М., Щербаков Н.Р. Математическое моделирование работы эксцентриковой передачи с промежуточными телами качения и самотор-

можением // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2009. – № 1 (19), ч. 1 – С. 65–71.

7. Щербаков Н.Р. Математическая модель планетарного передаточного механизма с эксцентриково-циклоидальным зацеплением // Доклады Томского государственного университета систем управления и радиоэлектроники. – 2009. – № 1 (19), ч. 1. – С. 77–81.

8. Становской В.В., Казакиявичюс С.М., Ремнёва Т.А., Кузнецов В.М., Бубенчиков А.М., Щербаков Н.Р. Новый вид зацепления колёс с криволинейными зубьями // Справочник. Инженерный журнал. – 2008. – № 9 (138). – С. 34–39.

9. Бубенчиков А.М., Щербаков Н.Р., Становской В.В., Казакиявичюс С.М., Ремнёва Т.А. Математическое моделирование самотормозящей эксцентриковой передачи с промежуточными телами качения // Известия вузов. Физика. – 2007. – Т. 50. – № 9/2. – С. 35–41.

10. Бубенчиков А.М., Щербаков Н.Р. Математическое моделирование работы передаточного механизма с эксцентриково-циклоидальным зацеплением // Известия вузов. Физика. – 2008. – Т. 51. – № 8/2. – С. 79–84.

11. Бубенчиков А.М., Щербаков Н.Р. Математическое моделирование работы планетарной зубчатой передачи с эксцентриково-циклоидальным зацеплением // Известия вузов. Физика. – 2008. – Т. 51. – № 8/2. – С. 74–79.

12. Щербаков Н.Р. Математическая модель работы зубчатой реечной передачи с эксцентриково-циклоидальным зацеплением // Известия вузов. Физика. – 2008. – Т. 51. – № 8/2. – С. 293–298.

13. Щербаков Н.Р. Оптимизация геометрии эксцентриково-циклоидального зацепления по КПД и контактным напряжениям // Известия вузов. Физика. – 2008. – Т. 51. – № 8/2. – С. 288–293.

14. Бубенчиков А.М., Щербаков Н.Р. Геометрическое моделирование движения контактирующих деталей передаточного механизма в самоторможении // Современные проблемы дифференциальной геометрии и общей алгебры: материалы междунар. конф. / Саратовский госуниверситет. – Саратов, 2008. – С. 74–75.

15. Бубенчиков А.М., Щербаков Н.Р., Становской В.В., Казакиявичюс С.М. Компьютерное моделирование эксцентриковой циклоидально-цевочной передачи // Дифференциальные уравнения, теория функций и приложения: материалы междунар. конф. / Новосибирский госуниверситет. – Новосибирск, 2007. – С. 562–563.

16. Бубенчиков А.М., Щербаков Н.Р., Становской В.В., Казакиявичюс С.М., Ремнёва Т.А. Компьютерное моделирование передаточных механизмов с циклоидально-эксцентриковым зацеплением // Вычислительные и информационные технологии в науке, технике и образовании: доклады междунар. конф. / КАЗНУ им Аль-Фараби. – Алматы, 2008. – С. 307–311.

17. Казакиявичюс С.М., Становской В.В., Ремнева Т.А., Бубенчиков А.М., Щербаков Н.Р. Эксцентриково-циклоидальное зацепление зубчатых колёс и

механизмы на его основе // Теория и практика зубчатых передач и редуктро-строения : сб. докл. научно-тех. конф. / ИжГТУ. – Ижевск, 2008. – С. 153–156.

18. Щербаков Н.Р. Математическое моделирование динамического состояния передаточных механизмов с циклоидально-эксцентриковым зацеплением // Всероссийская конф. по математике и механике: материалы всероссийской конф. / Томский госуниверситет. – Томск, 2008. – С. 30–32.

19. Патент РФ 2362925. Реечное зацепление для линейного привода (варианты) / В.В. Становской, С.М. Казакиявичюс, Т.А. Ремнева, В.М. Кузнецов, А.М. Бубенчиков, Н.Р. Щербаков. Заявлено 18.04.2008; опубл. 27.07.2009, Бюлл. № 21.